Economie industrielle

(S5) Licence SE– Automne 2016

Pr. LIOUAEDDINE Mariem
liouaeddine@gmail.com

N.B : Ce support de cours n'est pas exhaustif, certains éléments traités durant le cours magistral peuvent ne pas figurer sur ce support.

Axe 3 : Structure des marchés et production : Technologies ; Coûts et Rendements 2

I. Concepts pour l'analyse des marchés et de la production 2

1) La fonction de production 2

2) Coûts de production et rendements 5

II. Structures de marchés et production 7

1. Economie de monoproduction et de multi production 7

2. La concurrence pure (CPP ou concurrence) 8

3. Le monopole pur 10

4. De l'oligopole au duopole : duopole de Cournot, Stackelberg et Bertrand 12

a) Duopole de Cournot « modèle statique & Equilibre de Nash »: action par la quantité 12

b) Duopole de Stackelberg : firme leader « pilote » & firme Satellite 14

c) Duopole de Bertrand : action par les prix 15

5. Le monopole discriminant 15

Axe 3 : Structure des marchés et production : Technologies ; Coûts et Rendements

I. Concepts pour l'analyse des marchés et de la production

INPOUT OUTPOUT : La production d'une entreprise est une relation entre facteurs de production et quantités produites ce qui est généralement connu par fonction de production. Or, face à la concurrence rude et à l'ouverture des marchés, l'entreprise quelle que soit sa situation sur le marché, se trouve confrontée à produire avec le moindre coût. Le présent axe du cours, propose d'analyser les technologies mobilisées, les coûts et les rendements de l'entreprise dans différentes situation du marché : en concurrence pure et parfaite, monopole, duopole, oligopole … .

1) La fonction de production

Fonction de production : la fonction de production est une relation technique entre la quantité produite et la quantité des facteurs de production mobilisés pour la production qui sont généralement le **capital** K_A et le **travail** L_A

❖ ***A court terme : Fonction de production à un seul facteur***

A court terme, le capital est fixe et donc la fonction de production est à un seul facteur à savoir le travail puisque c'est le seul sur lequel on peut agir (le capital étant fixe à court terme. Ainsi la quantité produite dépend seulement du travail, d'où la fonction de production à court terme :

$$\boldsymbol{Q = f(L)} \qquad \text{où } Q \text{ est la fonction de production.}$$

Les fonctions de production à court terme sont croissantes puisque la quantité produite augmente si le travail est augmenté par l'entreprise. A partir de cette fonction, on peut distinguer entre : productivité totale, productivité marginale et productivité moyenne.

- **Productivité totale :** Elle représente l'évolution de la quantité produite « Q » suite à une l'évolution du facteur travail « L ». Ainsi, si L = 0 => Q = 0
- **Productivité marginale :** C'est le supplément de production généré par la dernière unité de travail. $P_{mL} = \frac{variation\ de\ Q}{variation\ de\ L}$ **ou** $P_{mL} = \frac{d\,Q}{d\,L}$
- **Productivité moyenne :** C'est la quantité produite par une unité de travail. $P_{ML} = \frac{Q}{L}$

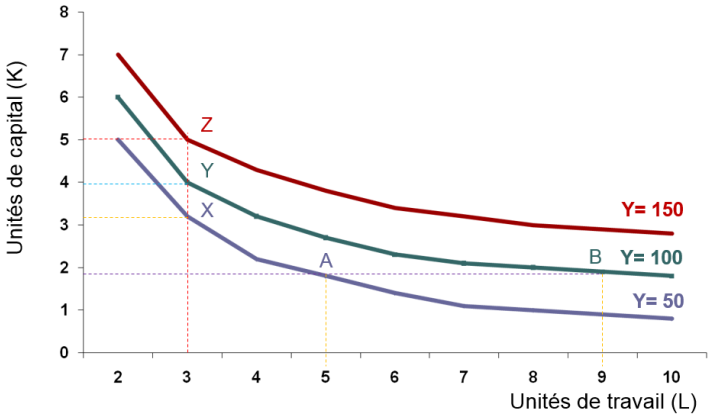
❖ ***A long terme : La fonction de production à deux facteurs***

Dans le long terme, l'entreprise combine entre les deux facteurs de production à savoir : travail (L) et capital (K) pour produire une quantité « Q ». La fonction de production devient :

$$Q = f(K, L) \qquad avec\ K : capital\ et\ L : travail$$

La combinaison de ces deux facteurs est représentée par une courbe d'isoproduction ou isoquante. Ces courbes (similaires aux courbes d'indifférence du consommateur) permettent de connaitre toutes les combinaisons de K et L permettant d'aboutir au même niveau de production (elles sont convexes et concaves).

Figure 1: Exemple de courbe de isoproduction



Chaque combinaison des quantités des facteurs de production (K, L) permet de décrire une technologie de production.

Technique de production
- **Si K > L** technique de production capitaliste ;
- **Si K< L** technique de production intensive en travail.

Si l'entreprise augmente les facteurs de production dans une même proportion « t » avec t > 0, trois cas sont possibles : $Q = f(K, L)$

1) $f(tK, tL) = tf(K, L) = tQ$ => **Rendements constants (TMST constant)**
2) $f(tK, tL) > tf(K, L) = tQ$ => **Rendements croissants**
3) $f(tK, tL) < tf(K, L) = tQ$ => **Rendements décroissants**

- **Le taux marginal de substitution technique (TMST) :** C'est un taux qui permet à la firme de savoir le nombre d'unité d'un facteur qu'elle peut sacrifier si elle veut ajouter une autre de l'autre facteur tout en gardant le même niveau de production. Ainsi, le TMST du capital par le travail est donné par :

$$TSMT_{K,L} = \frac{dK}{dL} = \frac{\frac{dQ}{dL}}{\frac{dQ}{dK}}$$

avec:

$$\frac{dQ}{dL} = P_{mL} \qquad et \qquad \frac{dQ}{dK} = P_{mK}$$

Dans le cas d'une fonction de production à deux facteurs de production, K et L on a :

- **Productivité totale :** $Q = f(K, L)$
- **Productivité marginale :** C'est le supplément de production généré par la dernière unité d'un des facteurs, l'autre reste constant. Ainsi, la PmL suppose que K soit constant et vice versa.
- **Productivité moyenne :** C'est la quantité produite par une unité de facteur.

Cas exceptionnel : La fonction Cobb-Douglas :

Dans le cas où la fonction de production est de type Cobb-Douglas, à savoir :

$Q = K^{\alpha}.L^{\beta}$ avec $\alpha + \beta = 1$

- **Productivité marginale du capital :** $\frac{dQ}{dL} = P_{mK} = \alpha K^{\alpha-1} L^{\beta} = \alpha \frac{Q}{K}$
- **Productivité marginale du travail :** $\frac{dQ}{dL} = P_{mK} = \beta K^{\alpha-1} L^{\beta-1} = \beta \frac{Q}{K}$

Application 1:

Soit les renseignements suivants relatifs à la productivité d'une firme

Nbre D'année	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Qté produites	10	24	45	60	75	84	91	96	90	80

a) **Calculez la productivité totale, moyenne et marginale**

Solution :

Nbre D'année	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Q prod	10	24	45	60	75	84	91	96	90	80
Pté T	10	24	45	60	75	84	91	96	90	80
PM	(10 /1)10	(24/2) 12	15	15	15	14	13	12	10	8
Pm	-	(24-10) 14	21	15	15	9	7	5	-6	-10

b) **Soit les combinaisons en facteurs de productions (K et L) se situant sur la même courbe d'indifférence, calculez le TMST pour chacune d'entre elles :**

Combinaison	1	2	3	4	5	6	7	8
Qté K	25	27	30	35	40	42	45	47
Qté L	35	32	30	25	20	18	16	14

Combinaison	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8
d K	27-25	30-27	35-30	40-35	42-40	45-42	47-45
d L	32-35	30-32	25-30	20-25	18-20	16-18	14-16
TMST	-2/3	-3/2	-5/5	-5/5	-2/2	-2/2	-2/2

Application 2 :

Dans les pays fortement industrialisé, la fonction de production de l'industrie automobile est comme suit : $Q = AK^{0,90}.L^{0,30}$

a) Commentez cette fonction ;
b) Si on augmente de 10%, la contribution du capital et du travail, de combiens augmente la production ?

Solution :

On a 0,9 = (0,3 .3) : L'exposant du capital est trois fois plus important que l'exposant du travail, il s'agit donc d'une activité fortement capitaliste.

$$Q\ (10K\ ;\ 10L) = (10K)^{0,9} . (10L)^{0,3} = (10) . (1,2)\ (K)^{1,2} . (L)^{1,2} = 12\%$$

Si on augmente la contribution du capital et du travail de 10%, la production va augmenter de 12%.

2) Coûts de production et rendements

La production est un processus qui suppose différents types de coûts et génère différents degrés de rendements.

2.1 Les coûts de production de l'entreprise :

En général, A court terme les coûts peuvent être **fixes** (CF) (indépendants des quantités produites) ou **variables** (CV) (dépendants de l'évolution des quantités produites).
Exemples de Coûts fixes : loyer ; frais de conception architecturale ; assurances etc.
Exemples de Coûts variables : matières premières, énergie etc.

- $\boldsymbol{Coût\ total} = Coût\ fixe\ total + Coût\ variable\ total$ $\qquad\qquad \boldsymbol{CF + CV = CT}$
- **Coût moyen :** C'est le coût total divisé par la quantité produite $\boldsymbol{C_M = \frac{CT}{Q}}$
- **Coût marginal :** Coût de production d'une dernière unité supplémentaire (passage de 4000 unité à 4001). $\boldsymbol{C_m = \frac{d\,CT}{d\,Q}}$ Pour minimiser le coût moyen il faut $\boldsymbol{C_M = C_m}$

Au-delà de ce niveau d'égalité, les coûts deviennent croissants et affecte les rendements.

A long terme, tous les charges varient (y compris ceux fixes).

2.2 Rendements et économies d'échelles

A court terme, on parle de rendements d'échelles expriment la relation entre évolution des facteurs de production et évolution du volume de la production. (Quelle technologie utiliser ?) **A long terme :** on parle d''Economie d'échelle (quand le CM décroît)

Les rendements et économies d'échelles répondent à la question : Jusqu'à quel point la firme peut continuer à croître ? Trois situations sont possibles :

- ***Rendements d'échelles constants :*** l'augmentation de la production est strictement proportionnelle à l'augmentation des facteurs de production.
- ***Rendement d'échelles croissants :*** l'augmentation de la production est plus que proportionnelle que celle des facteurs de production. (production moins coûteuse).
- ***Rendement d'échelles décroissants:*** l'augmentation de la production est moins importante que celle des facteurs de production. (la production devient coûteuse).

A) Si l'entreprise augmente les facteurs de production dans une même proportion « t » avec t > 0, trois cas sont possibles : $\boldsymbol{Q = f(K, L)}$

Rendements constants	$\boldsymbol{f(tK, tL) = tf(K, L) = tQ}$
Rendements croissants	$\boldsymbol{f(tK, tL) > tf(K, L) = tQ}$
Rendements décroissants	$\boldsymbol{f(tK, tL) < tf(K, L) = tQ}$

B) Dans le cas de la **fonction Cobb-Douglas** de forme : $Q = K^{\alpha}.L^{\beta}$

Rendements d'échelle constants	α + β = 1 L'entreprise peut continuer de croître
Rendements d'échelle croissant	α + β > 1 L'entreprise continue de croître
Rendements d'échelle constants	α + β < 1 L'entreprise doit arrêter de croître

C) Relation entre rendements d'échelles et CM :

Cm > CM => CM croissants et RE décroissants

CM = CM => CM constants et RE constants

Cm < CM => CM décroissants et RE croissants

Application 1:

Soit à court terme, les coûts totaux d'une entreprise associés à des quantités produites d'un seul produit :

Qté	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
CT	**20**	**30**	**50**	**65**	**75**	**85**	**90**	**100**	**105**	**115**	**120**

1) Déterminez coûts fixes moyen, variables totaux et marginaux pour chaque niveau de production.

2) Solution :

Qté	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
CT	**20**	**30**	**50**	**65**	**75**	**85**	**90**	**100**	**105**	**115**	**120**
CF	**20**	**20**	**20**	**20**	**20**	**20**	**20**	**20**	**20**	**20**	**20**
CFM	**-**	**20 /1**	**20/2**	**6,66**	**5**	**4**	**3,33**	**2,85**	**2,50**	**2,22**	**2**

CVT	0	30-20	50-20	45	55	65	70	80	85	95	100
Cm	0	30-20/1-0	50-30/2-1	15	10	10	05	10	05	10	05

Application 2 :

La fonction du coût total, à court terme, de l'entreprise ABD est donnée par : $\boldsymbol{CT = 150 + 50\,Q}$

1) **Déterminez les coûts fixes de l'entreprise**
2) **Pour une production Q= 20, calculez le CM, CVM et Cm**

Solution :

1) Sachant que le coût fixe à court terme ne change pas quel que soit la quantité produite, on aura **: (si Q= 0 , CF = 150)**

2) **Si Q = 20** on aura **: CT = 150 + 50.20 = 1150**

- **Et sachant que C.M = CT/Q = 1150/20 = 57,5**
- **CV = CT-CF = 1150 – 150 = 1000 et CVM= CV/Q = 1000/20 = 50**
- **Cm = d CT/ d Q = :** $\boldsymbol{(CT)'q = (150 + 50\,Q)'q = 50}$

II. Structures de marchés et production

La position d'une firme sur un marché, la diversification ou non de sa production ainsi que la prise en compte des coûts engendrés par le processus de production et des rendements souhaités, supposent à cette dernière d'adopter un type d'économie de production selon sa position de « price maker » ou « price taker ».

1. Economie de monoproduction et de multi production

Quand il est moins coûteux chez les entreprises de produire plusieurs produits simultanément que séparément alors il y a une économie de multi production. Donc il est plus rentable de produire plusieurs produits à la fois (gains au niveau de R&D, marketing, design etc.)

Exemple : Soit une entreprise qui produit deux biens « X_1 » et « X_2 » dont la quantité produite est X_1 et X_2

- Le coût de les produire séparément est $C(X_1 , O)$ et $C(0,X_2)$ et donc le coût total total est $C(X_1 , O) + C(0,X_2)$.
- Si l'entreprise décide de produire simultanément les deux produits, le coût va être $C(X_1 , X_2)$.

Conclusion : Si $C(X_1 , X_2) < C(X_1 , O) + C(0,X_2)$ alors il y a une économie de multi production.

Application 1:

Une entreprise produit les biens « X_1 » et « X_2 » le coût de production est donné par :

$$\mathbf{C(X_1, X_2) = 100 + X_1 + 2X_2}$$

1) Trouvez le coût moyen quand l'entreprise décide de produire une quantité de X_1 égale à celle de X_2
2) Est-ce qu'il y a une économie d'échelle ?
3) Est-ce qu'il y a une économie de multi production ?

Solution :

1) On a : La quantité totale est $X = X_1 + X_2$

- **A quantité égales on aura :** $x_2 = \frac{1}{2}\,x$ et de même $x_1 = \frac{1}{2}\,x$
- **$C(X_1, X_2) = 100 + X_1 + 2X_2$ devient** $C(X_1, X_2) = 100 + \frac{1}{2}\,x + 2.\frac{1}{2}\,x$
- D'où $C(X_1, X_2) = 100 + \frac{3}{2}\,x$ et donc $CT/Q = \boxed{CM = \frac{100}{x} + \frac{3}{2}}$ **CM > 0**

2) On va comparer entre CM et Cm

- On a $Cm = CM'$ donc $(CM)'x = (100.x^{-1} + 3/2)'x = -100/x^2$ **Cm < 0**

On a Cm < CM => le CM est décroissants et il y a donc des RE croissants

3) On a **$C(X_1, X_2) = 100 + X_1 + 2X_2$**

Donc : $C(X_1, O) + C(0, X_2) = (100 + X_1) + (100 + 2X_2)$

$$= 200 + X_1 + 2X_2$$

Puisque $\mathbf{100 + X_1 + 2X_2 < 200 + X_1 + 2X_2}$

Alors	$C(X_1, X_2) < C(X_1, O) + C(0, X_2)$

Donc il y a une économie de multi production.

2. La concurrence pure (CPP ou concurrence)

Les hypothèses du modèle de la concurrence pure (5 Voir axe 1 du cours pour plus de détails). L'entreprise est dans une optique (price taker).

➨ **Equilibre à long terme :**

1. Dans cette structure de marché, à long terme, l'entreprise a intérêt à croître pour améliorer sa productivité, baisser le CM et augmenter le profit.
2. Profit pur[1]-> nouveaux entrants -> baisse du prix du marché -> éliminations des moins performants -> Le profit pur est nul (prix du marché = CM) -> Mouvement d'entrée et de sortie -> profit normal à long terme.

➨ **Efficacité d'un marché concurrentiel**

L'efficacité dans cette structure de marché est : **maximiser le profit** ou **minimiser les coûts**.

[1] Profit normal : c'est le résidu généré par l'activité qui est couvre juste les coûts et qui permet juste de maintenir l'activité de l'entreprise. Quand les recettes > profit normal => profit pure. Le profit normal est inclut dans les coûts de l'entreprise.

Application 1 : minimiser les coûts

Sur un marché caractérisé par la CPP :
La demande du marché est donné par : X(p) = 16-P (X : Quantités)
Le coût de production est C(x) = $\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 10x$

1) **Quel est l'équilibre de CP de ce marché ?**
2) **Calculez le surplus du consommateur de l'entreprise**

Solution :

1) On sait qu'à long terme dans un marché de CPP :
- ✓ $Prix\ d'équilibre = Cm$
- ✓ $Cm = Min\ CM$ (faire différence entre Cm et Min CM ce n'est pas la même chose)
- ✓ Le profit pur est nul
- ✓ (avec fonction de demande inverse **P = 16-X)**

a) P_E= Cm = $\frac{d\,CT}{Q}$	b) $Cm = Min\ CM$
=> $\frac{3}{3}x^2 - 4x + 10$	**CM = CT/Q =** $\frac{1}{3}x^2 - 2x + 10$ **Min CM = (CM)'x = 0 =>** $\frac{2}{3}x - 2 = 0$ **=> $x = 3$ (Quantité min offerte par la firme)**

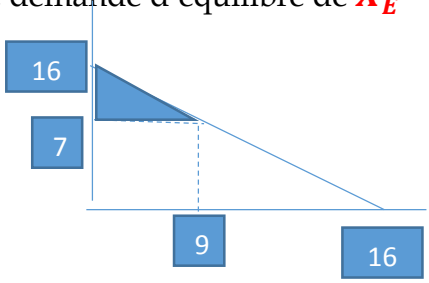
Donc $P_E = 3^2 - 4.(3) + 10 = 7$

A un prix d'équilibre = 7 correspond une demande d'équilibre de X_E = 16 – 7 = 9

CT = C(3) = $\frac{1}{3}3^3 - 2.3^2 + 10.3 = 21$

RT = $P_E . Q_E$ = 3.7 = 21

$\pi = RT - CT\ avec\ \pi = 0$



2) **Le surplus du consommateur**

- **Quantités d'équilibre :**

La demande du marché est X = 16 – P => X = 16 – 7 = 9

Le nombre d'entreprises qui peuvent coexister : 9/3 => n = 3

- **Surplus du consommateur :** C'est le bien-être économique du consommateur. différence entre ce qu'un consommateur est prêt à payer pour un bien et le montant effectivement payé.

$$S.C = \frac{(16-7).9}{2} = 40,5$$

Application 2 : maximiser le profit

Sur un marché de concurrence pure, une entreprise se voit imposer par le marché le prix d'équilibre P = 100.
Sa fonction du CT est : CT = 50 +10Q
La fonction de demande du marché : Q = 100-P

1) Déterminez les conditions de maximisation du profit de cette entreprise
2) A quel prix de marché l'entreprise est-elle condamnée à disparaitre du marché ?

Solution

1) **Maximisation du profit :**

- Fonction inverse de la demande : P = 100 - Q
- Maximisation du profit : $C_m = R_m$

$$C_m = \frac{d\,CT}{d\,Q} \quad C_m = 10$$

$$R_m = \frac{d\,RT}{d\,Q} \text{ avec RT = P.Q = } (100 - Q)\,Q = 100Q - Q^2 \text{ soit } R_m = 100 - 2Q$$

- Les quantités qui maximisent le profit sont déterminées par l'identité **100 – 2Q = 10**

Soit Q = 45

Le profit réalisé est donc RT – CT avec Q = 45 et P = 100, soit encore :

$\pi = 45\,.\,100 - ((50 + (10.45) = 4500 - 500 = 4000$

2) On a Prix du marché (P= 100) est > Coût marginal (Cm= 10). Dans les marchés CPP, à long terme Cm = profit avec profit = 0. Ainsi, L'entreprise est condamnée à disparaitre du marché dès l'instant où le prix du marché tombe en dessous du coût marginal de l'entreprise. Le prix du marché doit être au moins égal au coût marginal pour que l'entreprise ne disparaisse pas.

3. Le monopole pur

Le monopole est une structure de marché caractérisée par un prix du monopoleur égal ou supérieur aux prix d'équilibre. Le monopoleur fixe le prix en se basant sur la quantité qu'il décide de produire. On parle alors du pouvoir du **monopoleur**.

Alors, que les monopoles ont une mauvaise réputation (prix élevé), le monopoleur peut aussi avoir des profits nuls comme pour monopole naturel ou public dont l'objectif est l'optimum social et la généralisation d'un service public (ONCF pour le service de transport ferroviaire, ONEP pour l'eau et électricité etc.) à l'exception du monopole naturel, le monopole produit moins à un prix plus élevé (profit pur Vs perte sociale).

➨ **Maximisation du profit**

Dans le cas du monopole maximiser le profit suppose que **Rm = Cm** => Profit pur (prix d'équilibre > CM).

Application 1 :

Soit sur un marché :

La fonction de demande est : $X\ (p) = 10 - 2P$

Le coût total est $C\ (x) = 3X$

1) Trouvez l'équilibre de concurrence parfaite ;
2) Calculez le surplus du consommateur et du producteur ;
3) Trouvez l'équilibre et le profit du monopole ;
4) Calculez le surplus du consommateur et du producteur.
5) Calculez le surplus social en CPP et en monople.

Solution

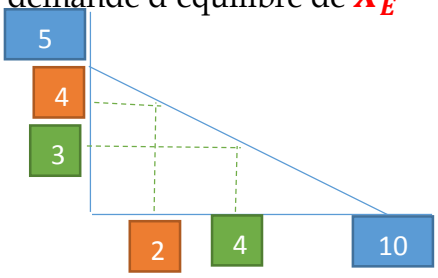
1) **Dans un marché de CPP on a P = Cm** <=> d CT / d Q => **Pe= Cm = 3**
   - Fonction de la demande : => **Xe = 10 – 2(3) = 4**

A un prix d'équilibre = **3** correspond une demande d'équilibre de $\boldsymbol{X_E}$ = 10 – 6 = 4

CT = C(3) = 3.4 = 12

RT = P_E. Q_E = 3.4 = 12

$\pi = RT - CT\ avec\ \pi =$ 0



2) **Surplus du consommateur & SP en CPP:**

S.C => (5-3).4/2 = 4 **et S.C = π = 0**

3) **Equilibre du monopole : Rm = Cm**

- R.T = P(x) . X => $\left(5 - \frac{1}{2}X\right)X = 5x - \frac{1}{2}x^2$
- Rm = d RT / d x => $\left(5x - \frac{1}{2}x^2\right)' x = 5 - x$ **donc Rm = 5 – x**
- Cm = d CT / d x => **donc Cm = 3**

⇨ **Rm = Cm** <=> 5-x = 3 <=> **X* = 2**

⇨ **Prix du monopole <=>** $\boldsymbol{P_M} = 5 - \frac{1}{2}x = 5 - \frac{1}{2}(2)$ <=> $\boldsymbol{P_M} = 4$

4) **Surplus du consommateur & SP en monopole:**

S.C => (5-4).2/2 = 1 **et S.P = (4 − 3). 2 = 2**

5) **Surplus total (ou social):**

S.S = S.C + S.P d'où $\boldsymbol{SS_{cpp}} = 4$ **et** $\boldsymbol{SS_M} = 3$

On remarque qu'il y a une perte du bienêtre social : $\boldsymbol{SS_{cpp} - SS_M}$ **= 4-3 = 1**

Application 2 : (Examen ?)

p.74

4. De l'oligopole au duopole : duopole de Cournot, Stackelberg et Bertrand

On va s'intéresser au duopole qui est une forme réduite de l'oligopole. Le duopole est une structure du marché à deux entreprises. Il est qualifié de symétrique ou encore de double satellitisme. Trois contributions originales caractérisent l'analyse du duopole à savoir celles de A. Cournot, J. Bertrand et H. Von Stackelberg.

a) Duopole de Cournot « modèle statique & Equilibre de Nash »: action par la quantité

Hypothèses : Pour Cournot les coûts de production sont nuls et la **variable stratégique est la quantité produite** et non le prix. Chacune des deux firmes considère que la production de l'autre est constante.

Fonctions de réaction : **Dans une première période**, l'entreprise 1 produit seule Q1 et dan la même période, l'entreprise 2 réagit en considérant Q1 comme constante et produit Q2.

Cette situation est illustrée par des **fonctions de réaction**. Et on aura :

$\pi = RT = \pi_1 + \pi_2$ avec $\boldsymbol{\pi_1} = f\,(Q_1; Q_2)$ $et\ \boldsymbol{\pi_2} = f\,(Q_1; Q_2)$

Application 1 : Même fonction de Coût :

Sur un marché caractérisé par un duopole (Nombre d'entreprises n = 2):

- La demande sur le marché est donnée par : $x(p) = 100 - P$
- Le coût de production sur ce marché est : $C(x) = 4x$
- L'entreprise 1 offre x_1 et l'entreprise 2 offre x_2

1) **Déterminez les quantités produites par chaque firme ;**
2) **Déterminez le prix et quantités de Cournot**

Solution :

1) Quantités produites par les deux firmes

Entreprise 1	Entreprise 2
$\boldsymbol{\pi_1} = \mathrm{P}.x_1 - \mathrm{C}(x_1)$ $= (100 - x)x_1 - 4x_1$ $= (100 - (x_1 + x_2))x_1 - 4x_1$ $= (100x_1 - x_1^2 - x_1x_2) - 4x_1$	$\boldsymbol{\pi_2} = \mathrm{P}.x_1 - \mathrm{C}(x_2)$ $= (100 - x)x_2 - 4x_2$ $= (100 - (x_1 + x_2))x_2 - 4x_2$ $= (100x_2 - x_2^2 - x_1x_2) - 4x_2$
$\boldsymbol{\pi_1} = -x_1^2 - x_1x_2 + 96x_1$	$\boldsymbol{\pi_2} = -x_2^2 - x_1x_2 + 96x_2$
$\boldsymbol{Max\ \pi_1} = \dfrac{d\,\boldsymbol{\pi_1}}{d\,x_1} = 0$ $= -2x_1 - x_2 + 96x_1$ $-2x_1 = x_2 - 96x_1$	$\boldsymbol{Max\ \pi_2} = \dfrac{d\,\boldsymbol{\pi_2}}{d\,x_2} = 0$ $-2x_2 - x_1 + 96 = 0$ $-2x_2 = x_1 - 96 = 0$
$x_1 = -\frac{1}{2}x_2^{ant} + 48$ **Fonction de réaction 1**	$x_2 = -\frac{1}{2}x_1^{ant} + 48$ **Fonction de réaction 2**

A l'équilibre $x_1^* = x_1^{ant}$; $x_2^* = x_2^{ant}$ d'où 1) $x_1^* = -\frac{1}{2}x_2^{ant} + 48$; 2) $x_2^* = -\frac{1}{2}x_1^{ant} + 48$

On remplace 2 en 1 :

$x_1^* = -\frac{1}{2}(-\frac{1}{2}x_1^* + 48) + 48$ <=> $x_1^* = \frac{1}{4}x_1^* - 24 + 48$

$\frac{3}{4}x_1^* = 24$ <=> **$x_1^* = 32$ et $x_2^* = 32$**

2) Quantité et prix de Cournot :

$x(p) = 100 - P$ => $P = 100 - x(p)$ => $P = 100 - (32 + 32)$ **Pc = 36**

$x(p) = 100 - P$ => $x(p) = 100 - 36$ => **Qc = 64**

Application 2 : différentes fonctions de coût :

Sur un marché caractérisé par un duopole (Nombre d'entreprises n = 2) :

- La demande sur le marché est donnée par : $x(p) = 100 - P$
- Les coûts de production sont : $C(x_1) = 4x_1$ et $C(x_2) = 3x_2$

3) Déterminez les quantités produites par chaque firme ;

4) Déterminez le prix et quantités de Cournot

Solution :

1) Quantités produites par les deux firmes

Entreprise 1	Entreprise 2
$\pi_1 = P.x_1 - C(x_1)$ $= (100 - x)x_1 - 4x_1$ $= (100 - (x_1 + x_2))x_1 - 4x_1$ $= (100x_1 - x_1^2 - x_1x_2) - 4x_1$	$\pi_2 = P.x_1 - C(x_2)$ $= (100 - x)x_2 - 3x_2$ $= (100 - (x_1 + x_2))x_2 - 3x_2$ $= (100x_2 - x_2^2 - x_1x_2) - 3x_2$
$\pi_1 = -x_1^2 - x_1x_2 + 96x_1$	$\pi_2 = -x_2^2 - x_1x_2 + 97x_2$
$Max\ \pi_1 = \frac{d\pi_1}{dx_1} = 0$ $= -2x_1 - x_2 + 96x_1$ $-2x_1 = x_2 - 96x_1$	$Max\ \pi_2 = \frac{d\pi_2}{dx_2} = 0$ $-2x_2 - x_1 + 97 = 0$ $-2x_2 = x_1 - 97 = 0$
$x_1 = -\frac{1}{2}x_2^{ant} + 48$ **Fonction de réaction 1**	$x_2 = -\frac{1}{2}x_1^{ant} + 48,5$ **f de réaction 2**

A l'équilibre $x_1^* = x_1^{ant}$; $x_2^* = x_2^{ant}$ d'où 1) $x_1^* = -\frac{1}{2}x_2^{ant} + 48$; 2) $x_2^* = -\frac{1}{2}x_1^{ant} + 48,5$

On remplace 2 en 1 :

$x_1^* = -\frac{1}{2}(-\frac{1}{2}x_1^* + 48{,}5) + 48$ <=> $x_1^* = \frac{1}{4}x_1^* - 24{,}25 + 48$

$\frac{3}{4}x_1^* = 23{,}75$ <=> $\boxed{x_1^* = 31{,}67 \text{ et } x_2^* = 32{,}67}$

2) Quantité et prix de Cournot :

$x(p) = 100 - P$ => $P = 100 - x(p)$ => $P = 100 - (32{,}67 + 31{,}67)$ **Pc = 35,66**

$x(p) = 100 - P$ => $x(p) = 100 - 64{,}34$ => **Qc = 64,34**

Application 3 :

P.79

b) Duopole de Stackelberg : firme leader « pilote » & firme Satellite

Le duopole de Stackelberg est un duopole asymétrique dans la mesure où l'hypothèse centrale de ce modèle est l'existence de deux firmes qui ne sont pas de puissances égales. C'est duopole où il existe une firme leader (pilote) qui est dominante et une deuxième firme satellite (suiveur).

L'entreprise satellite (2) anticipe que l'entreprise (1) est leader et elle va fixer la quantité produite en fonction de cela et considère que son profit dépend des quantités produites par l'entreprise leader. L'entreprise 2 s'efforce donc d'anticiper les réactions que ses propres décisions auront sur l'entreprise leader.

L'entreprise leader (1) fait le même raisonnement que l'entreprise 1 et maximise en profit en intégrant la fonction de réaction de l'entreprise 2. L'entreprise va décider de la quantité x_1 et l'entreprise 2 observe x_1 et décide de sa quantité à produirex_2. La firme « pilote » choisit sa quantité en premier, tout en connaissant la fonction de réaction de sa concurrente.

Application 1 :

Sur un marché:

- La demande sur le marché est donnée par : $x(p) = 100 - P$
- Les coûts de production sont : $C(x\ ) = 4x$

1) **Déterminez les quantités produites par chaque firme ;**
2) **Déterminez les quantités et prix de Stackelberg**
3) **Déterminez le profit de chaque firme.**

Solution :

1) Quantités produites par chaque firme :

Entreprise 1	Entreprise 2
$\pi_1 = \mathrm{P}.x_1 - \mathrm{C}(x_1)$ $= (100 - x)x_1 - 4x_1$ $= (100 - (x_1 + x_2^{ant})x_1 - 4x_1$ $= (100x_1 - x_1^2 - x_1x_2^{ant}) - 4x_1$ $\boxed{\pi_1 = -x_1^2 - x_1x_2^{ant} + 96x_1}$	$\pi_2 = \mathrm{P}.x_1 - \mathrm{C}(x_2)$ $= (100 - x)x_2 - 4x_2$ $= (100 - (x_1 + x_2))x_2 - 4x_2$ $= (100x_2 - x_2^2 - x_1x_2) - 4x_2$ $\boxed{\pi_2 = -x_2^2 - x_1x_2 + 96x_2}$

	$\boldsymbol{Max\ \pi_2} = \dfrac{d\,\boldsymbol{\pi_2}}{d\,x_2} = 0$ $-\ 2\,x_2\ -\ x_1\ +\ 96 = 0$ $-\ 2\,x_2\ =\ x_1\ -\ 96\ = 0$ $\boldsymbol{x_2\ =\ -\ \frac{1}{2}x_1^{obs}\ +\ 48}$ **f de réaction 2**

A l'équilibre : $x_1^* = x_1^{obs}$ Et $x_2^* = x_2^{ant}$

On remplace FR 2 dans le profit de l'entreprise 1 :

$\boldsymbol{\pi_1} = 96x_1 - x_1^2 - x_1\,(\mathbf{48 - \frac{1}{2}x_1^{obs}})$ <=> $\boldsymbol{\pi_1} = 96\,x_1 - x_1^2 - 48x_1 + \frac{1}{2}\,x_1^2$

$\boldsymbol{\pi_1} = \mathbf{48}x_1 - \frac{1}{2}x_1^2$ <=> $\dfrac{\boldsymbol{d\,\pi_1}}{\boldsymbol{x_1}} = 0$ <=> $48 - x_1 = 0$

$\boldsymbol{x_1 = 48}$ **d'où** $\boldsymbol{x_2 = 24}$

2) Quantité et prix de Stackelberg :

$x(p) = 100 - P$ => $P = 100 - x(p)$ => $P = 100 - (24 + 48)$ **Ps =** **28**

$x(p) = 100 - P$ => $x\,(p) = 100 - 28$ => ***Xs*** **=** **72**

3) Profit de chaque firme

$\boldsymbol{\pi_1 = P.Q - CT} => \mathbf{(28.48) - 4(48) = 1344 -}$

$\boldsymbol{\pi_1 = P.Q - CT} => \mathbf{(28.24) - 4(24) = 672 - 96}$ => $\boldsymbol{\pi_2 = 576}$

Récapitulatif :

Equilibre CPP	Eq Cournot	Eq Monopole	Eq Stackelberg
Qcpp = 96	Qc =	Qm = 48	Qs = 72
Pcpp = 4	Pcpp = 36	Pm = 52	Ps = 28

c) Duopole de Bertrand : action par les prix

5. Le monopole discriminant