

# Microéconomie

## « Théorie du consommateur »

(S1) Licence SEG-SECTION C – Automne 2016  
Pr. LIOUAEDDINE Mariem

**N.B : Ce support de cours n'est pas exhaustif, certains éléments traités durant le cours magistral peuvent ne pas figurer sur ce support.**

### Plan du cours :

1. Définitions (Sciences économiques ; Microéconomie ; Macroéconomie)
2. Le marché
3. La contrainte budgétaire
4. Les préférences
- 5. L'utilité et Le choix**
6. La demande
7. L'équation de Slutsky
8. L'élasticité

### Ouvrages de référence :

- Hal R. Varian, *Introduction à la microéconomie*, 2014.
- Rittenberg, Libby, and Timothy Tregarthen. *Principles of Microeconomics* . 2009.

## 5. L'utilité et le choix

### I. L'utilité

1. Définition;
2. Formes d'utilités;
3. Construire une fonction d'utilité;
4. Exemples de fonction d'utilité;
5. Utilité marginale et TMS.

### II. Le choix : (Dans le support suivant)

#### Objectifs :

A la fin de ce cours (Utilité), vous devez être capable de :

1. Comprendre les différentes formes de l'utilité (ordinaire, cardinale) ;
2. Calculez et interpréter ( $U_m$ ) son évolution par rapport à l'UT ;
3. Comprendre ce que c'est qu'une fonction d'utilité et sa relation avec les C.I ;
4. Mémoriser et comprendre la transformation monotone d'une fonction d'utilité ;
5. Distinguer entre fonction d'utilité Cobb-Douglas et les autres formes des fonctions d'utilité ;
6. Mémoriser et comprendre la relation entre le TMS et l' $U_m$ .

### I. L'utilité

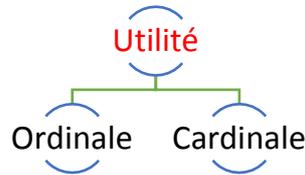
Dans le dernier chapitre on a parlé des préférences, et on les a représentées par ordre de ce que le consommateur aime (avec des signes de préférences et avec des courbes).

Pour un traitement mathématique plus pratique, nous tournons cet ordre vers des fonctions mathématiques => Fonction d'utilité.

1. Définition :

L'**utilité** est une façon de décrire les ordres de préférence ;

2. Formes d'utilités :



i. **Utilité Ordinale** (ordre, classement des utilités entre les paniers des biens): Elle mesure la satisfaction par ordre de préférence. - Seul le classement est important, la grandeur de l'écart n'a pas d'importance.

Paniers	$U_1$	$U_2$	$U_3$
A	3	17	-1
B	2	10	-2
C	1	.002	-3

Utilité ordinale

1<sup>er</sup>  
2<sup>ème</sup>  
3<sup>ème</sup>

ii. **L'utilité cardinale**: Mesure la satisfaction par des chiffres. L'écart entre les niveaux d'utilité a donc un sens.

Paniers	$U_1$	$U_2$	$U_3$
A	3	17	-1
B	2	10	-2
C	1	.002	-3

Utilité cardinale

Utilité ordinale

1<sup>er</sup>  
2<sup>ème</sup>  
3<sup>ème</sup>

**Exemple :**

• **Utilité cardinale :**

$A = 3;$        $A = 17;$        $A = -1$

• **Utilité ordinale :**

$A > B > C$        $=>$        $A > C$       (Nous allons travailler avec cette forme d'utilité)

iii. **Utilité Totale (UT)**: C'est le degré de satisfaction procuré suite à la consommation d'un bien.

iv. **Utilité marginale (Um)**: Elle dépend de l'utilité totale et elle représente le degré de satisfaction suite à la consommation d'une unité supplémentaire d'un bien.

$$Um_x = \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{U_2 - U_1}{x_2 - x_1}$$

### Application 1

Soit l'utilité suite à consommation d'une pizza (8 parts).

- 1) Calculez  $U_m$  et représentez graphiquement UT et  $U_m$
- 2) Commentez

Parts de pizza	UT	$U_m$
0	0	
1	5	
2	20	
3	38	
4	52	
5	60	
6	64	
7	62	
8	58	

### Application 2

Soit l'utilité suite à consommation de deux biens (chocolat et jus).

- 1) Calculez  $U_m(c)$  et  $U_m(j)$  et représentez les graphiquement;
- 2) Commentez.

Barres de chocolat	UT (c) chocolat	UT (j) jus	Barres de chocolat
0	100	120	0
1	80	100	1
2	60	70	2
3	40	60	3
4	30	40	4
5	25	20	5

### 3. Construire une fonction d'utilité :

#### i. Définition de la fonction d'utilité :

La **fonction d'utilité** consiste à attribuer une valeur aux différents paniers de consommation de telle sorte que les paniers les plus désirables ont des valeurs des courbes d'indifférence supérieures à ceux qui le sont moins.

$$\begin{aligned} x' \succ x'' &\iff U(x') > U(x'') \\ x' \prec x'' &\iff U(x') < U(x'') \\ x' \sim x'' &\iff U(x') = U(x''). \end{aligned}$$

Pas toutes les préférences « théoriques » peuvent être représentées par une fonction d'utilité. Techniquement, une relation de préférence qui est complète transitive et continue a une fonction d'utilité continue correspondante.

Tous les types de préférence ne peuvent pas être représentés par une fonction d'utilité (nécessité du principe de transitivité).

Mais si nous éliminons les cas anormaux (préférences non transitives) nous pouvons trouver une fonction d'utilité qui représente les préférences réalistes.

**Exemples :**

$$U(x, y) = x \cdot y = 150 \text{ (150 est une constante)}$$

$$U(x, y) = x + 2y = 800 \text{ (800 est une constante)}$$

U (x,y) correspond à des courbes de niveaux d'utilité.

**Ainsi :**

Si  $U(x, y) = x \cdot y = 150$  On aura  $y = 150/x$

et donc pour toute  $U(x, y) = X \cdot Y = K$

**On aura :  $Y = K/X$**

**ii. Transformation monotone croissante d'une f (U):**

Une transformation monotone croissante est représentée par une fonction d'utilité f(U) qui transforme chaque nombre U en un autre nombre f(U) de telle sorte que le classement entre les nombre soit respecté.

**1) Supposons que  $U(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2$  représente une relation de préférence.**

- Considérons les paniers (4,1), (2,3) et (2,2).

$$U(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2, \text{ donc :}$$

$$U(2,3) = 6 > U(4,1) = U(2,2) = 4;$$

$$\text{Ceci est : } (2,3) > (4,1) \sim (2,2).$$

2) Supposons que  $V = U^2$ . Considérons les mêmes paniers (4,1), (2,3) et (2,2).

$$\text{Alors } V(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^2 \text{ et}$$

$$V(2,3) = 36 > V(4,1) = V(2,2) = 16$$

Ceci est à nouveau :  $(2,3) > (4,1) \sim (2,2)$ .

- $V$  conserve le même ordre que  $U$  et représente donc les mêmes préférences.

3) On a  $W = 2U + 10$ . sachant que  $U(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2$

Alors  $W(x_1, x_2) = 2x_1 x_2 + 10$  Donc,

$$W(2,3) = 22 > W(4,1) = W(2,2) = 18.$$

Ceci est à nouveau :  $(2,3) > (4,1) \sim (2,2)$ .

- $W$  conserve le même ordre que  $U$  et  $V$ , et représente donc les mêmes préférences.

❖ **Transformation monotone croissante:** Une transformation monotone croissante est représentée par une fonction d'utilité  $f(U)$  qui transforme chaque nombre  $U$  en un autre nombre  $f(U)$  de telle sorte que le classement entre les nombre soit respectée.

Elle consiste en la :

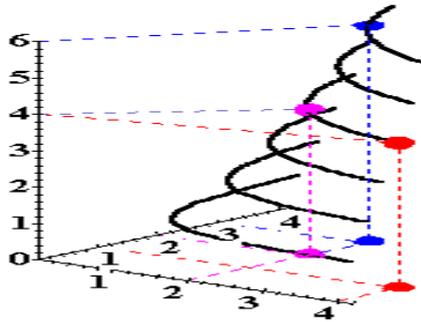
- Multiplication par un nombre positif (Ex.  $f(U) = 3 \cdot U$ ) ;
- Addition d'un nombre positif (Ex.  $f(U) = U + 17$ ) ;
- Porter à une puissance impaire (Ex.  $f(U) = U^3$ ).

### iii. Fonction d'utilité et courbes d'indifférence :

Une courbe d'indifférence contient des paniers à préférences égales. Par conséquent, tous les paniers sur une même courbe d'indifférence ont le même niveau d'utilité.

**préférence égales = même niveau d'utilité.**

Graphique 1 : Fonction d'utilité et courbes d'indifférence



En général, l'équation d'une courbe d'indifférence est:

$$U(x_1, x_2) = k, \text{ (K est une constante).}$$

#### iv. Exemples de fonctions d'utilité :

Chaque type de préférence a une forme de fonction d'utilité. Ainsi, les préférences normales ont leur propre forme de fonction d'utilité qui est différente des formes des autres types de préférences (cas anormaux ou spéciaux).

##### a) Cas spéciaux :

##### 1) Les substituts parfaits (Exemple : Thé et café...)

Le consommateur est préoccupé uniquement par le nombre total des biens. En général, pour ces biens.

✓ La fonction d'utilité  $f(U)$  s'écrit:  $U(x_1, x_2) = a x + b y$

a et b des nombres positifs et la pente de la courbe d'indifférence =  $-a/b$

✓ La transformation monotone:

Exemple:  $U(x_1, x_2) = x + y \Rightarrow U(x, y)^2 \Rightarrow (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

##### 2) Compléments parfaits : (Exemple : chaussures droites et gauches, voiture et carburant...)

Le consommateur consomme les deux biens en même temps à des proportions fixes. En général, pour ces biens :

✓ La fonction d'utilité  $f(U)$  s'écrit :  $U(x, y) = \min\{ ax, by \}$

Avec a et b des constants positives qui représentent les proportions de chaque bien.

##### Exemples :

- Chaussures D et G :  $\min\{ 11, 10 \} = 10$

- Café et sucre: 2 morceaux de sucre ( $x_2$ ) dans une (01) tasse de café ( $x_1$ ):

$$U(x,y) = \min \{ x_1, x_2 \} = \left\{ x_1, \frac{1}{2} x_2 \right\}$$

- En résumé,
- La fonction d'utilité pour des substituts parfaits peut être exprimée comme :

$$U(x, y) = ax + by$$

Avec a et b constantes.

- La fonction d'utilité pour des compléments parfaits peut être exprimée comme :

$$U(x, y) = \min \{ax, by\}$$

Avec a et b constantes.

### 3) Préférences quasi-linéaires :

Les préférences quasi-linéaires représentent des consommations permanentes de biens presque les mêmes.

#### Exemples :

Achat à chaque mois un ménage achète des presque les mêmes biens dans des quantités presque les mêmes (Biens de première nécessité, à chaque mois, achat de 4 kgs de Farines, 5 litres d'huile etc.) **En général, pour ces biens:**

- ✓ La fonction d'utilité  $f(U)$  s'écrit:

$$U(x_1, x_2) = f(x_1) + x_2$$

U est linéaire par rapport à  $x_2$  et elle est appelée quasi-linéaire. E.g.  $U(x_1, x_2) = 2x_1^{1/2} + x_2$ .

#### b) Préférences normales :

Toute fonction d'utilité ayant la forme :  $U(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$

est appelée une fonction d'utilité **Cobb-Douglas** Avec  $a > 0$  et  $b > 0$  (nombres positifs décrivant les préférences du consommateur).

Les courbes d'indifférence Cobb-Douglas correspondent aux belles courbes d'indifférence monotones et convexes (normales).

Les préférences C.D constituent l'exemple classique des courbes d'indifférence à allure normale. Elles sont:

- ✓ Hyperboliques "convexes";
- ✓ Asymptotes "Monotone";

✓ Ne touchent aucun axe "continues et Parallèles".

La fonction d'utilité C.D peut subir une **transformation monotone** et donc peut être décrite sous diverses formes.

Exemple de transformation monotone de :  $V = \ln(U)$

$$U(x, y) = x^a y^b \text{ implique:}$$

$$V(x, y) = a \ln(x) + b \ln(y).$$

Autre type de transformation:  $W = U^{1/(a+b)}$

$$W(x, y) = x^{a/(a+b)} y^{b/(a+b)} = x^c y^{1-c}$$

**La somme des indices devient égale à 1**

#### v. Utilité marginale et TMS

##### Rappel:

L'utilité marginale d'un bien x est le taux de variation de l'utilité totale au fur et à mesure que la quantité du bien x consommé varie.

$$Um_x = \frac{\partial U}{\partial x}$$

La valeur de l'Um dépend de la valeur de l'UT (Si  $UT \cdot 2 = > Um \cdot 2$ )

- Um d'un bien x :  $Um_x = \Delta U / \Delta x$

$$Um_x = \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{U(x + \partial x, y) - U(x, y)}{\partial x}$$

D'où donc :

$$\frac{\partial U}{\partial x} = Um_x \cdot \partial x \quad \text{D'où donc } Um \text{ de } y = \frac{\partial U}{\partial y} = Um_y \cdot \partial y$$

Le TMS est le taux auquel le consommateur est disposé à substituer une petite quantité du bien 2 au bien 1.

Si on a une variation de la consommation ( $\Delta x$  et  $\Delta y$ ) qui maintient l'utilité constante (déplacement sur le long de la courbe d'indifférence) :

$$Um_1 \partial x + Um_2 \partial y = \partial U = 0$$

La solution de cette expression est :

$$TMS = \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{-Um_1}{Um_2} = \frac{Um_2}{Um_1}$$

Si U . 2 => TMS =  $\frac{2Um_2}{2Um_1}$