

# Microéconomie

## « Théorie du consommateur »

(S1) Licence SEG-SECTION C – Automne 2016  
Pr. LIOUAEDDINE Mariem

**N.B : Ce support de cours n'est pas exhaustif, certains éléments traités durant le cours magistral peuvent ne pas figurer sur ce support.**

### Plan du cours :

1. Définitions (Sciences économiques ; Microéconomie ; Macroéconomie)
2. Le marché
3. La contrainte budgétaire
4. Les préférences
- 5. L'utilité et Le choix**
6. La demande
7. L'équation de Slutsky
8. L'élasticité

### Ouvrages de référence :

- Hal R. Varian, *Introduction à la microéconomie*, 2014.
- Rittenberg, Libby, and Timothy Tregarthen. *Principles of Microeconomics* . 2009.

## 5. L'utilité et le choix

### I. L'utilité : (support précédent)

### II. Le choix du consommateur :

1. Le choix optimal ;
2. La demande du consommateur ;
3. Les fonctions de demandes : Exemples ;
4. Estimation des fonctions d'utilité ;
5. Implication de la condition Tms.

### Objectifs :

A la fin de ce cours (Le choix du consommateur), vous devez être capable de :

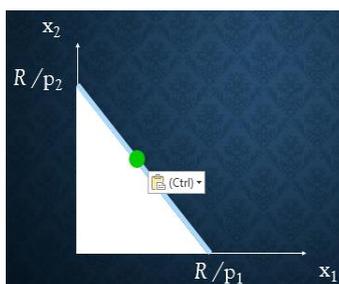
1. savoir qu'est-ce que c'est qu'un choix optimal ;
2. Déterminer le type de l'optimum et les fonctions de demandes pour les différents types de préférences ;
3. Calculer le panier optimal à l'aide des 3 méthodes de maximisation.



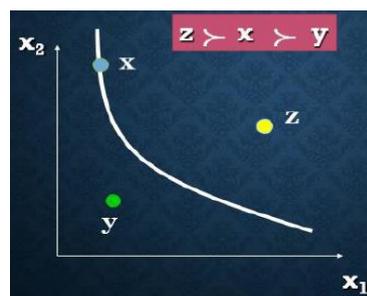
## II. Le choix du consommateur

Dans les points précédents nous avons vu, ce qui est abordable au consommateur (a) et ce que le consommateur aime le plus / ou le moins (b) et (c) :

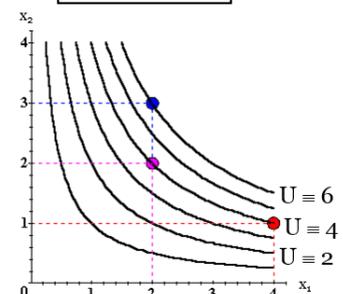
b)



a)



c)



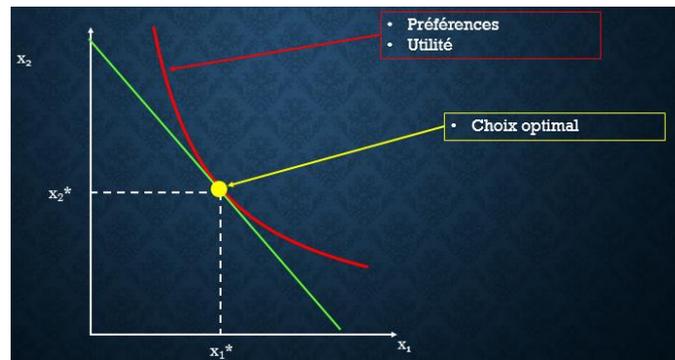
Maintenant, nous allons les réunir pour voir ce qui est meilleur et très utile pour le consommateur. C.à.d. : « Comment être le plus heureux possible? Et donc déterminer où se situe le panier de bien strictement préféré aux autres paniers ? ».

### 1) Le choix optimal :

#### ✚ Qu'est-ce que c'est qu'un choix optimal ?

- C'est le choix du consommateur d'un panier de biens ( $x_1, x_2$ ) qui optimise sa satisfaction dans son ensemble budgétaire. C'est-à-dire c'est le panier que le consommateur peut acquérir un maximum de  $x_1$  et un maximum de  $x_2$ , tout en épuisant le revenu :  $\max$  de  $x_1$  et  $\max$  de  $x_2$  et  $R=0$ .
- La représentation graphique d'un choix optimal est comme suit :

Graphique 1 : Exemple d'un choix optimal



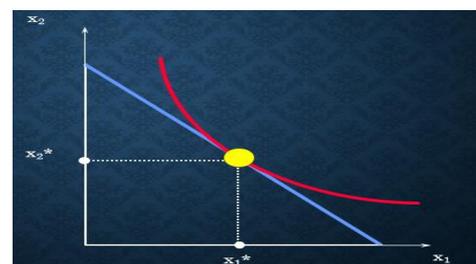
Le point  $(x_1^*, x_2^*)$  représente le panier abordable strictement préféré et il constitue le **choix optimal du consommateur**, c'est le meilleur qu'il puisse acquérir.

#### ✚ L'optimum « solution intérieure et solution en coins » :

**En général**, et pour **tous les types de préférences**, le panier optimal se situe sur le point de tangence entre la courbe d'indifférence (C.I) et la droite budgétaire (La C.I ne coupe pas la droite budgétaire).

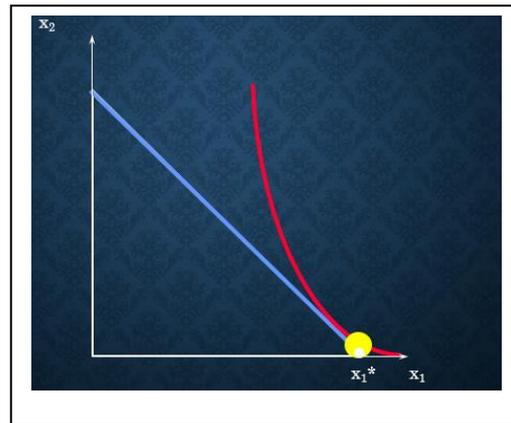
- **Optimum est une solution intérieure** : Pour les préférences normales, le panier optimal est constitué de deux quantités maximales de  $x_1$  et de  $x_2$  et il est situé vers le milieu de la droite budgétaire et le C.I (voir graphique ci-dessous) et donc l'optimum est une solution intérieure.

Graphique 2 : Exemple d'un optimum en solution intérieure



- **Optimum est une solution en coins** : Pour les autres types de préférences, l'emplacement du panier optimal diffère selon le type de préférence. Par exemple, si le consommateur n'aime pas un bien  $x_1$ , il ne va pas le demander et donc, son panier optimal contiendra uniquement des quantités maximales de  $x_2$  (le bien qu'il préfère). La représentation de cette situation est comme suit :

Graphique 3: Exemple d'un optimum en solution de coins



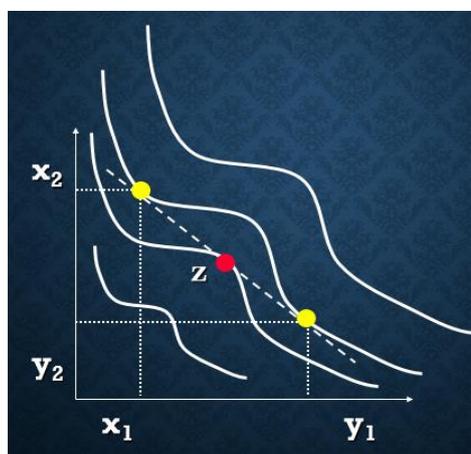
En général, le **panier optimal** se situe sur le **point de tangence** entre la **C.I** et la **droite budgétaire** (La C.I ne coupe pas la droite budgétaire). Ceci nous emmène donc à analyser davantage cette condition de tangence.

#### a) Condition de tangence :

Cette condition n'est pas toujours applicable **mais** elle est nécessaire mais non suffisante pour les préférences Cobb-Douglas.

Le graphique ci-dessous montre que même si le point Z est un point de tangence **il n'est pas optimal car il n'est convexe !**

Graphique 4: Convexité



Seuls les paniers situés sur les points jaunes sont considérés comme optimaux (car ils sont convexes).

**Donc :**

- Les **préférences normales** sont **strictement convexes** ;
- Pour les préférences normales, la condition de tangence est nécessaire mais non suffisante.

Ceci nous emmène donc à analyser davantage la condition **de stricte convexité**.

### b) Condition de stricte convexité :

Cette condition implique l'existence **d'un seul panier optimal** pour chaque droite de budget (un seul maximum de  $x_1$  et un seul maximum de  $x_2$ ).

### 2) Demandes du consommateur :

Les quantités optimales des biens  $X_1$  et  $X_2$  pour des prix et un revenu donné constituent le panier demandé par le consommateur.

Choix optimal => Panier demandé par le consommateur ;

Quand les prix varient => Le choix varie lui aussi.

### ✚ La fonction de demande :

La fonction de demande relie le choix optimal (quantités demandées) aux différentes valeurs de prix et revenus. **Nous notons :**

- Demande pour le bien  $X_1$  :  $D_{x_1}^*(p_1, p_2, R)$
- Demande pour le bien  $X_2$  :  $D_{x_2}^*(p_1, p_2, R)$ .

Ceci veut dire que la demande d'un bien **dépend** du **revenu**, dépend du **prix de ce bien** et aussi du **prix de l'autre bien** (car le revenu est destiné à acheter les deux bien et il faudra prendre en considération  $p_1$  et  $p_2$ ).

### ✚ La solution intérieure implique deux conditions :

(a) Le budget est épuisé :  $p_1 x_1^* + p_2 x_2^* = R$

(b) La pente de la contrainte budgétaire,  $-p_1 / p_2$ , et la pente de la courbe d'indifférence ( $x_1^*, x_2^*$ ) sont égales à  $(x_1^*, x_2^*)$ .

- La condition (b) peut être écrite de cette façon :

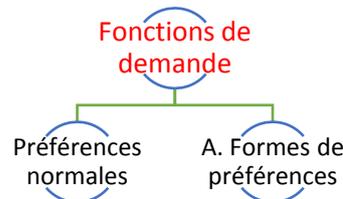
$$-\frac{dx_2}{dx_1} = TMS = \frac{Um_1}{Um_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

Donc, au choix optimal, la volonté marginale de payer pour une unité supplémentaire du bien 1 en termes du bien 2 est la même que le prix que vous avez réellement besoin de payer.

Si le prix est inférieur à votre disposition à payer, vous achetez plus, sinon vous achetez moins. Vous devez donc ajuster jusqu'à ce qu'ils soient égaux.

### 3) La fonction de demande : Exemples

Le choix du consommateur implique une fonction de demande selon le type de chaque bien.



#### ✚ Autres formes de préférences :

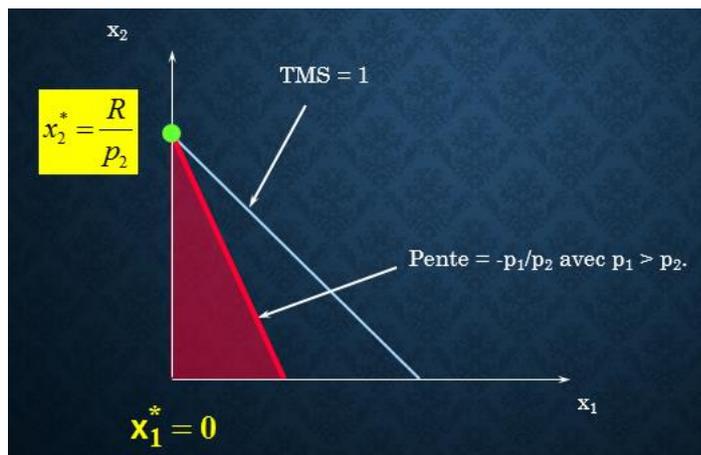
##### a) Les substituts parfaits (S.P):

- Si 2 biens sont des S.P, le consommateur achète le moins cher.
- Si 2 biens sont des S.P qui ont le même prix, le consommateur va répartir sa consommation indifféremment entre les 2 biens.

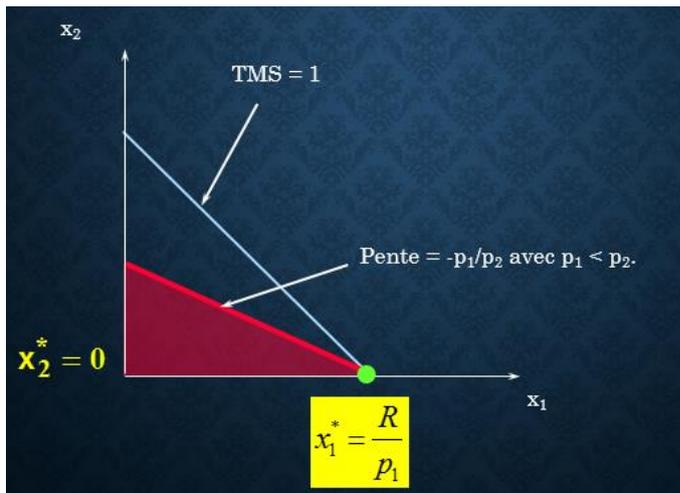
##### • Le choix optimal pour les S.B: 3 cas :

- ✓ Si  $P_x > P_y$  : Le Choix optimal est le bien y
- ✓  $P_x < P_y$  : Le choix optimal est le Bien x
- ✓  $P_x = P_y$  : Plusieurs choix optimaux (n'importe quel choix entre 0 et  $R/P_x$  ou  $R/P_y$ )

Graphique 5 : Demande pour des biens substituts parfaits avec  $P_1 > P_2$



Graphique 6 : Demande pour des biens substitués parfaits avec  $P_1 < P_2$



Donc, quand  $U(x_1, x_2) = x_1 + x_2$ , le panier accessible strictement préféré est  $(x_1^*, x_2^*)$  où on a :

$$(x_1^*, x_2^*) = \left( \frac{R}{p_1}, 0 \right)$$

Si  $p_1 < p_2$  Et

$$(x_1^*, x_2^*) = \left( 0, \frac{R}{p_2} \right)$$

Graphique 7 : Demande pour des biens substitués parfaits avec  $P_1 = P_2$



Tous les paniers sur la droite budgétaire sont accessible et équitablement préférés quand :  $p_1 = p_2$ .

**En somme, pour les bien S.P :**

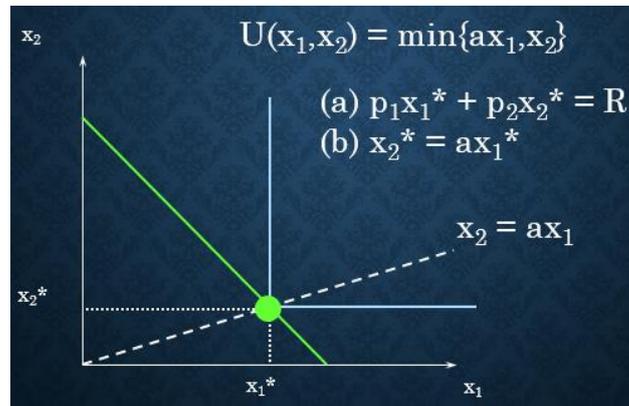
1. **l'optimum** est une solution en coins : Le choix du bien le moins cher.
2. **La fonction de demande** pour le bien X :

$$X \begin{cases} R/P_x & \text{(quand Prix } X_1 < \text{Prix } X_2) \\ \text{Entre 0 et } R/P_x & \text{(quand Prix } X_1 = \text{Prix } X_2) \\ 0 & \text{(quand Prix } X_1 > \text{Prix } X_2) \end{cases}$$

**b) Les compléments parfaits :**

- Si deux biens sont des C.P le choix optimal se situe toujours sur la diagonale ;
- La diagonale correspond à l'achat de quantités identiques de 2 biens et cela quel que soit le prix.

Graphique 8: Choix optimal pour les compléments parfaits



(a)  $p_1x_1^* + p_2x_2^* = R$ ; (b)  $x_2^* = ax_1^*$ .

- Intuitivement, il est clair d'avoir (b) parce que nous ne voulons pas dépenser de l'argent sur quelque chose qui ne peut pas élever mon utilité.

-Substitution de (b) pour  $x_2^*$  en (a) donne  $p_1x_1^* + p_2ax_1^*$

$$x_1^* = \frac{R}{p_1 + ap_2}; x_2^* = \frac{aR}{p_1 + ap_2}$$

En somme, si deux biens sont des C.P :

1. Le choix optimal est une solution diagonale ;
2. La fonction de demande est :

$$x_1^* = x_2^* = (x_1, x_2) = \frac{R}{p_{x_1} + p_{x_2}}$$

**c) Biens neutres & Biens indésirables :**

Si un bien est neutre, le consommateur dépense tout le revenu sur le bien qu'il apprécie et n'achète pas du bien neutre (de même pour le bien indésirable).

1. Le choix optimal est une solution en coin (un seul bien préféré)
2. Fonction de demande pour le bien X (préféré) est :

$x_1 = R/p_{x_1}$  et  $x_2 = 0$

**d) Préférences Cobb-Douglas :**

Les préférences Cobb-Douglas ont une fonction d'utilité sous la forme :

$$U(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d$$

La somme de a et b (a+b = 1)

**i. Optimum des préférences Cobb-Douglas**

Pour déterminer le panier optimal des préférences de Forme Cob-Douglas, il faudra résoudre le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Max } U(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d \\ \text{s.c } R = p_1x_1 + p_2x_2 \end{array} \right.$$

Pour résoudre ce système, on peut recourir à 3 méthodes de maximisation :

- ✚ *Méthode de Lagrange*
- ✚ *Méthode du Tms ou utilités marginales pondérées*
- ✚ *La méthode de substitution*

**✚ La maximisation par la méthode Lagrange :**

Soit le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{maximiser } U = f(X_1; X_2) \\ \text{s/c } R = p_1x_1 + p_2x_2 \end{array} \right.$$

**-> La fonction du multiplicateur de LAGRANGE est:**

$$\mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda) = f(x_1, X_2) + \lambda (R - p_1x_1 - p_2x_2)$$



**λ est un coefficient appelé le multiplicateur de LAGRANGE.**

**Pour résoudre ce système de maximisation, on procède comme suit :**

- 1) Simplifier f(U) et la relation de Lagrange ;
- 2) Appliquer les conditions de 1<sup>er</sup> ordre :
  - ✓  $\mathcal{L}'x_1 = 0$  (a)
  - ✓  $\mathcal{L}'x_2 = 0$  (b)
  - ✓  $\mathcal{L}'\lambda = 0$  (c)
- 3) Diviser a/b pour trouver X2 en fonction de x1.
- 4) Remplacer X2 dans (c) « droite budgétaire » pour avoir X\*1.

**Application 1 : Maximisation à l'aide de la méthode Lagrange**

Soit un consommateur a une préférence Cobb-Douglass comme suit :

$$U(x, y) = x^{1/4} \cdot y^{3/4}$$

- 1) Sachant que le revenu = 300, le prix de x = 5 et, prix de y = 20, à l'aide de la méthode de Lagrange, calculez le choix optimal (x\*, y\*) de ce consommateur.
- 2) Représentez graphiquement le choix optimal du consommateur.

**Solution :**

$$\mathcal{L}(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda (R - p_1x - p_2y)$$

$$\Leftrightarrow \mathcal{L}(x, y, \lambda) = x^{1/4} \cdot y^{3/4} + \lambda (300 - 5x - 20y)$$

**1) Simplifier f(U) et la relation de Lagrange ;**

$$\mathcal{L}(x, y, \lambda) = \frac{1}{4} \cdot (\ln x) + \frac{3}{4} (\ln y) + (300\lambda - 5\lambda x - 20\lambda y)$$

**2) Appliquer les conditions de 1<sup>er</sup> ordre :**

$$\checkmark \mathcal{L}'_x = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{4} (\ln x)' + (-5\lambda x)' = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{x}\right) - 5\lambda = 0 \quad \Leftrightarrow \frac{1}{4x} - 5\lambda = 0 \quad \Leftrightarrow \frac{1}{4x} = 5\lambda$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{20x} = \lambda \quad \text{(a)}$$

$$\checkmark \mathcal{L}'_y = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{4} (\ln y)' + (-20\lambda y)' = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{1}{y}\right) - 20\lambda = 0 \quad \Leftrightarrow \frac{3}{4y} - 20\lambda = 0 \quad \Leftrightarrow \frac{3}{4y} = 20\lambda$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{80y} = \lambda \quad \text{(b)}$$

$$\checkmark \mathcal{L}'_\lambda = 0 \Leftrightarrow ((300\lambda)' - (5\lambda x)' - (20\lambda y)') = 0$$

$$\Leftrightarrow 300 - 5x - 20y = 0 \quad \text{(c)}$$

**3) Diviser a/b pour trouver y en fonction de x**

On a :  $\frac{1}{20x} = \lambda \quad \text{(a)}$  et  $\frac{3}{80y} = \lambda \quad \text{(b)}$  Ceci équivaut à : (a/b = 1)

$$\frac{\frac{1}{20x}}{\frac{3}{80y}} = \frac{\lambda}{\lambda} \Leftrightarrow \frac{1}{20x} \cdot \frac{80y}{3} = 1 \text{ D'où :}$$

$$\Leftrightarrow 80y = 20x \cdot 3 \quad \Leftrightarrow y = \frac{60x}{80} \quad \Leftrightarrow y = 0,75x$$

**4) Remplacer y dans (c) « droite budgétaire » pour trouver le panier optimal (x\* et y\*)**

On a :  $y = 0,75x$  et La contrainte budgétaire  $300 - 5X - 20y = 0$  (c)

**Donc :**

$$\Leftrightarrow 300 - 5x - 20(0,75x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 300 - 5x - 15x = 0$$

$$\Leftrightarrow 300 - 20x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 300 / 20$$

$$\Leftrightarrow x^* = 15$$

**Pour trouver y\*, on va remplacer x\* dans la contrainte budgétaire :**

$$300 = 5 \cdot (15) + 20y \quad \rightarrow \quad 300 = 75 + 20y \quad \rightarrow \quad 300 - 75 = 20y \quad \rightarrow \quad y = 225 / 20$$

$$\Leftrightarrow y^* = 11,25$$

**Commentaire :** L'optimum est  $(x^*, y^*) = (15 ; 11.25)$  qui maximise l'utilité  $U(x, y) = x^{1/4} \cdot y^{3/4} = 15^{1/4} \cdot 11,25^{3/4}$   
 $= 3,75 * 355,95$   
 $= 1334,81$

L'optimum est donc une solution intérieure, puisqu'on a des quantités maximales des deux biens (x\* et y\*) et aussi car il s'agit une fonction d'utilité Cobb-Douglas.

✚ *La maximisation par la méthode du Tms ou utilités marginales pondérées*

✚ *La maximisation par la méthode de substitution ; (séance prochaine)*

**ii. Les fonctions de demande des préférences Cobb-Douglas**

Pour les fonctions d'utilité de forme Cobb-Douglas, **les fonctions de demandes** peuvent être calculées directement comme suit :

$$X_1 = \frac{c}{c+d} \cdot \frac{R}{P_1} = ((1/4) / (1/4+3/4)) \cdot (300 / 5) = 15$$

$$X_2 = \frac{d}{c+d} \cdot \frac{R}{P_2} = ((3/4) / (3/4+1/4)) \cdot (300 / 20) = 11,25$$